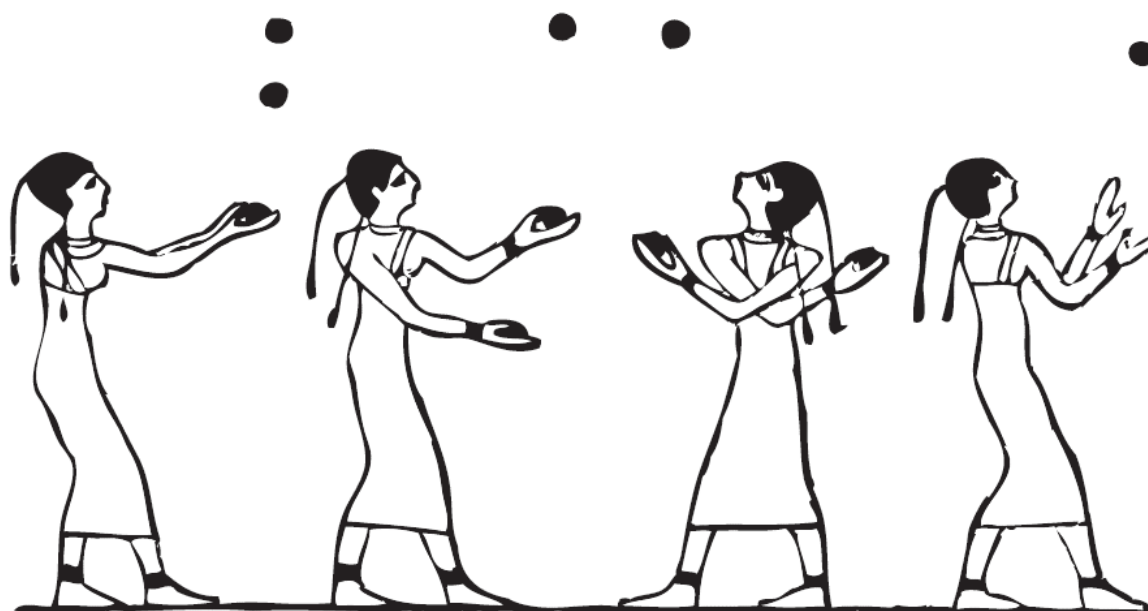


Udržme
loptičky

vo
vzduchu



Matematický B-deň 2020



Universiteit Utrecht



UNIVERZITA
KONŠTANTÍNA
FILOZOFA
V NITRE

Wiskunde voor
teams



Freudenthal Institute

Úvod

O zadaní

Pravdepodobne ste už nikdy skúšali žonglovať. S dvoma loptičkami sa to ešte dá, ale potom to je stále zložitejšie a počet možných spôsobov ako loptičky vyhodit' sa tiež pomerne rýchlo zmení, zvýši. Dnes zistíte, že za žonglovaním stojí prekvapivo veľa krásnej matematiky. Lopta je u vás!

Štruktúra dňa

Zadanie Matematického B-dňa pozostáva z úvodných a záverečných zadaní. Odporúčame vám ponechať si polovicu dňa na záverečné zadanie, takže odporúčame nestratiť príliš veľa času s riešením úvodných úloh. Na rozdiel od testov na bežných hodinách matematiky, **nemusíte riešiť všetky úlohy** z Matematického B-dňa (platí to aj pre úvodné úlohy). Ak nemôžete úlohu vyriešiť alebo na ňu nemáte dostatok času, môžete ju preskočiť alebo do vašej záverečnej správy zahrnúť iba tú časť, ktorú ste vyriešili. Zadanie obsahuje veľa úvodných úloh od ľahkých po ťažké, takže nech vás neodradí, ak nestihnete dokončiť všetko.

Práca v tímoch

Jedinečnosť súťaže Matematický B-deň spočíva v tom, že matematiku robíte v tíme, ako napríklad pri tímovom športe. Možno by bolo dobré pripraviť si harmonogram a rozdelenie úloh. Nech každý člen vášho tímu robí to, v čom je najlepší. Dajte každému priestor, aby prispel nápadmi a vypracovaním riešenia danej úlohy.

Nevyhnutné pomôcky

Dnes budete potrebovať: pero, farebné ceruzky a dostatok papiera. Ďalej, prirodzene, potrebujete toto zadanie a počítač alebo notebook na prípravu správy, vášho riešenia. Používanie internetu pri riešení úloh je povolené a vo vašej správe jasne uveďte adresu URL zdroja, ak niektorý použijete, ale na internet sa príliš nespoliehajte.

Čo odovzdať?

Počas dňa budete pracovať na **záverečnej správe**, vypracujete **jednu správu za celý tím**. Nezačínajte písať správu príliš neskoro. Musíte ju poslať **najneskôr o 16:00**. V správe popíšete svoje výsledky a úvahy. Sústreďte sa najmä na výskum záverečného zadania. Vyrozmývajte svoj jasný a presvedčivý príbeh. Ceníme si dobre napísané, **jasné, presné**, úplné, starostlivo formulované a najmä **originálne, tvorivé** a poetické záverečené správy.

Tipy

- **Prečítajte si celé zadanie.** Až potom začnite riešiť.
- Naplánujte si čas a rozdeľte úlohy medzi členov tímu.
- Píšte zrozumiteľne, tak, aby vaša záverečná správa bola čitateľná aj pre osobu, ktorá nepozná zadanie Matematického B-dňa, ale má dostatočné vedomosti z matematiky, aby vaše riešenia pochopila.
- Ak píšete zdôvodnenie, objasnenie alebo vysvetlenie, pokúste sa použiť čo najviac matematických argumentov.
- Na ukážku svojich nápadov použite obrázky. Môžete použiť kópie obrázkov, ktoré ste vytvorili počas riešenia: snímky obrazovky alebo fotografie náčrtov na papieri.
- Pri hodnotení sa berie do úvahy nielen matematický obsah správy, ale aj spôsob a štýl celého textu!

Základné zadania

Pozrite si na YouTube video *The Beauty and Mathematics of Juggling* | Alexander Leymann | TEDxDresden: <https://www.youtube.com/watch?v=ELvedTUcjPo>. Ak je to nutné, zapnite si titulky.

V priebehu dopoludnia si môžete video pozrieť celé, ale teraz na úvod stačí, ak si pozriete prvých 8 minút.

Zadania 1 až 8 sú nutné minimum pre pochopenie záverečných úloh.

Predpisy hádzania

Otázky 1 až 4 sa týkajú videa. Zvážte, či odpovede na tieto otázky (1 až 4) musíte uvádzať v záverečnej správe.

Budeme riadiť rovnakými pravidlami ako vo videu. V skratke: pri žonglovaní vždy dôjde k úderom v pravidelnom rytme („na danú dobu“) a iba počas úderov sa loptičky môžu chytať a okamžite znova vyhadzovať, striedajúc ľavú a pravú ruku, ale nikdy súčasne.

1. Alexander spomína **3-hod** (na videu 1:50).
Ako popíšete trojhod vlastnými slovami? A čo je **n-hod** (video 2:08) pre $n > 0$?
2. Do ktorej ruky dopadne loptička na n-hod ľavou rukou, ak je n párne? A pre nepárne hodnoty n? Prečo? (video: 5:10)
3. Alexander uvádza ako príklad **predpis hádzania 4, 4, 1** (video 5:38).
 - a. Koľko loptičiek použije?
 - b. Čo v postupnosti krokov robí zelená loptička?
 - c. Skopírujte diagram, ktorý používa.
4. Ďalej Alexander uvádza **predpis hádzania 5, 3, 1** (video 6:04).
 - a. Koľko loptičiek použije?
 - b. Čo v postupnosti krokov robí zelená loptička?
 - c. Skopírujte diagram, ktorý používa.

Sú momenty, keď sa žiadna loptička nehádza a ani nechytá. Taký moment nazývame **0-hod**. Nemýľte si to s držaním loptičky na jednu dobu; to sa pri tomto zápise nestane. Predpis hádzania, napr. 5, 3, 1, vám vždy povie, čo máte robiť s loptičkou, ktorú chytíte, čo vedie k nekonečne dlhému **žonglovaciemu vystúpeniu**, v tomto prípade k postupnosti ..., 5, 3, 1, 5, 3, 1, 5, 3, 1, ..., v ktorej sa opakuje určitý predpis. Preto nazývame počet čísel v hádzacom predpise **perióda**.

Alexander uvádza tri pravidlá hádzacích predpisov / žonglovacích vystúpení (so začiatkom o 6:38):

- i. Predpis hádzania predstavuje opakujúcu sa postupnosť hodov, takže predpis 5,3,1 predstavuje žonglovacie vystúpenie ..., 3,1,5,3,1,5,3,1,5, ...
- ii. Loptičky sa chytajú striedavo vľavo, potom vpravo, potom vľavo, potom vpravo atď., takže nie súčasne na ľavej aj pravej strane.
- iii. Nikdy nechytíte alebo nehádzete dve loptičky jednou rukou.

Dôrazne k tomu pridávame:

- iv. Každá lopta, ktorú chytíte, sa okamžite vyhodí (v rovnakom rytme). Lopty preto nezostávajú v ruke niekoľko úderov (dôb).
- v. Lopty nemôžu pri žonglovaní len tak zmiznúť.
- vi. Pri žonglovaní sa lopty nemôžu pridávať.

Z riadkov v a vi sa teda zdá, že predpis hádzania nehovorí nič o začiatku a konci žonglérskeho triku a prakticky vždy zobrazuje iba konečnú časť žonglérskeho vystúpenia. Pre žonglérov je predpis hádzania dôležitou pomôckou pri objavovaní a komunikácii o tom, ako žonglovať. V ďalších základných úlohách budeme podrobne skúmať predpisy hádzania.

Diagramy vymieňania a hádzania

Otázky 5 až 8 vám pomôžu precvičiť predpisy hádzania a obrázky, ktoré podľa nich môžete vyrobiť. Odpovede na tieto úlohy nemusíte zahrnúť do svojej správy.

Vo videu ste videli obrázky konečnej časti žonglérskeho vystúpenia, na ktorom je možné vidieť aspoň raz celý opakujúci sa vzor. Takýto obrázok nazývame **diagram vymieňania**.

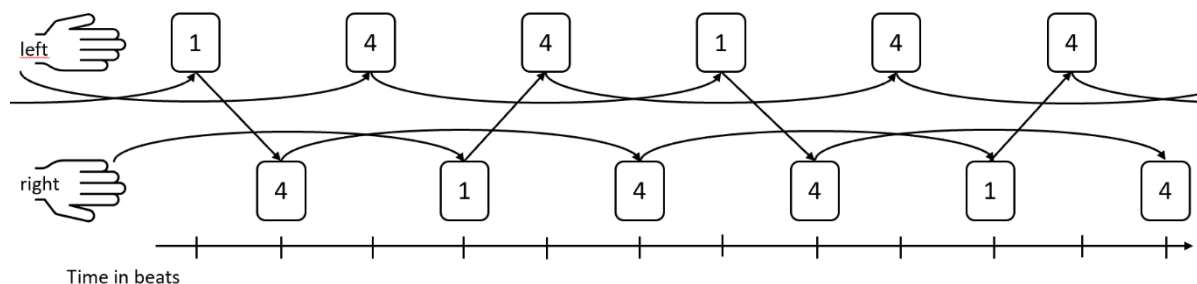
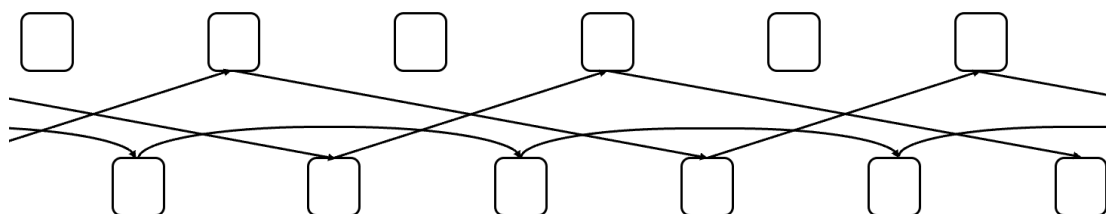


Diagram sa číta zľava do prava, čas sa pravidelne zvyšuje. Každá (zakrivená) šípka znamená hod loptičky. Každý rámik reprezentuje úder, kedy môžeme loptičku chytiť a znova vyhodiť: hore je ľavá, dolu pravá ruka. Číslo v rámci označuje typ hodu. Číslo 1 znamená 1-hod ľavou rukou, keď loptička na nasledujúcu dobu pristane v pravej ruke. Číslo 4 znamená 4 hod pravou rukou, pri ktorom loptička dopadne znova do tej istej ruky o štyri doby neskôr.

- 1 Aký predpis hádzania je znázornený na hornom obrázku? A na tomto obrázku?

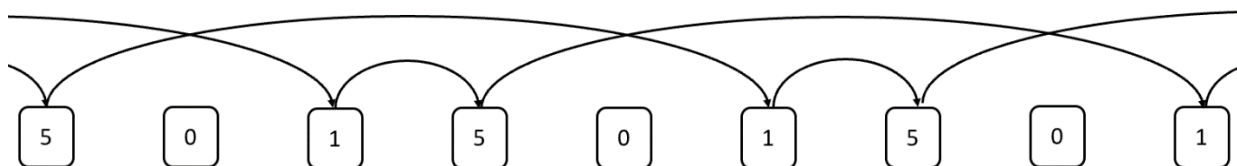


- 2 Tu je niekoľko predpisov hádzania. Ktoré z nich vytvoria také isté (rovnaké) žonglérske vystúpenie?
 5,3,1 5 1,5,3 5,5,5 5,3,1,3 6,1,6,5,7 1,6,6,5,7 5,7,1,6,6
- 3 Nakreslite diagram vymieňania pre predpis hádzania 4,4,1,3.

Ak je možné predpis hádzania popísať jediným číslom (ako napríklad predpis 5), nazveme ho **základný predpis hádzania**.

Diagram vymieňania môžeme ešte viac zjednodušiť. Rozdelenie na ľavú a pravú ruku je užitočné pre ozajstné žonglovanie, ale pre matematické skúmanie a zdôvodňovanie môžeme dať všetky rámiky na jednu stranu – stačí, ak si budeme pamätať, že pri žonglovaní sa strieda pravá a ľavá ruka.

Tak dostaneme **diagram hádzania**.



4 Zostrojte diagram hádzania pre nasledujúci predpis 4,5,3,0,3.

Je postupnosť predpis hádzania?

Nie každá postupnosť čísel je predpis hádzania, z ktorého môžeme odvodiť žonglérske vystúpenie. V cvičeniach 10 až 16 budete skúmať, ako pomocou výpočtov zistiť, či je postupnosť čísel predpis hádzania.

Najprv na overenie, či je postupnosť čísel predpis hádzania, použijeme diagram hádzania.

- 5
 - a. Použite diagram hádzania, aby ste zistili, či postupnosti 4,4,3,1 a 3,3,4,0,5 sú predpisy hádzania.
 - b. Podrobne vysvetlite, ako môžete diagram hádzania využiť na to, aby ste určili, či je postupnosť čísel predpis hádzania a prečo daný predpis funguje.

Zostrojíte si diagram je fajn, ale čo v prípade postupnosti ako je napríklad 300,3,3 (bez ohľadu na to, či dokážete hádzať tak vysoko)? V tom prípade by sme chceli nájsť spôsob, ako zistiť, či je postupnosť čísel predpisom hádzania iba výpočtom.

- c. Najprv overte 6,3,3. Je to predpis hádzania? Ako ste na to prišli?
 - d. Začneme s diagramom hádzania pre 300,3,3. Použite diagram na to, aby ste videli, aké výpočty musíte urobiť, aby ste zistili, či je 300,3,3 predpis hádzania.
 - e. Ako overíte, či postupnosť 300,12,3 je predpis hádzania?
 - f. A ako overíte, či je predpis hádzania postupnosť 300,400,500?
- 6
 - a. Skúmajte rôzne predpisy a pokúste sa popísať všeobecný mechanizmus, na základe ktorého môžete overiť, či postupnosť je alebo nie je predpis hádzania iba pomocou výpočtov a porovnaním výsledkov. V správe popíšte váš výskum a aj postup, ako ste naň prišli.
 - b. Vysvetlite váš postup na príkladoch predpisov 4,4,3,1 a 4,4,4,5,3.
 - c. Vysvetlite, prečo váš spôsob kontroly funguje.

Vytvorenie a upravenie predpisov hádzania

Majme základné predpisy hádzania v tvare: n , pre prirodzené čísla n .

Ostatné predpisy hádzania nepadajú z neba. Akým spôsobom je možné vytvoriť predpisy hádzania? V nasledujúcich cvičeniach budete skúmať počty možností. Výsledky môžete zahrnúť do záverečnej správy.

Nasledujúcimi štyrmi spôsobmi môžeme upravovať predpisy hádzania:

- I. Nech je daný predpis hádzania, napríklad 5,3,1. Ku každému číslu pripočítajme 4. Dostaneme postupnosť 9,7,5. Je vzniknutá postupnosť predpis hádzania?
- II. Nech je daný predpis hádzania, napríklad 5,3,1. Pripočítajme (alebo odčítajme) k niektorému hodu periódu. Dostaneme 5,3,4; alebo môžeme od hodu 5 odčítať periódu (3) a dostaneme 2,3,1. Sú vzniknuté postupnosti predpisy hádzania? Túto metódu nazývame **periodicita**.
- III. Predpis hádzania môžete aj **rotovať**. To znamená, že sa každé číslo pohne o jedno miesto dozadu a posledný člen bude prvý. Napríklad z predpisu 7,5,6,2,5 vznikne 5,7,5,6,2.

Zámenou dvoch čísel v predpise zvyčajne nevznikne nový predpis hádzania. Napríklad z predpisu 5,3,1 vznikne postupnosť 5,1,3, ktorá nie je predpisom hádzania.

- IV. Zameňme dve čísla. K prvému z nich pripočítajme 1, od druhého z nich odčítajme 1. Tak sa z predpisu hádzania 5,3,1 stane predpis 5,1+1,3-1, teda 5,2,2. Tento postup nazývame **triková zámena**.

- 7 Pre každú z metód I až IV skúmajte, za akých podmienok použitím popísanej metódy vznikne predpis hádzania a prečo. Okrem toho skúmajte, čo sa pri aplikácii popísaných metód stane s počtom loptičiek potrebných pre žonglérske vystúpenie. Svoje zistenia zahrňte do vašej záverečnej správy.

Keď trikovú zámenu vykonáte dvakrát s číslami na tých istých pozíciách, dostanete sa k pôvodnému predpisu: napríklad z 5,3,1 sa stane 5,2,2 a potom znova 5,3,1.

Počet loptičiek, ktoré potrebujete na žonglovanie podľa daného predpisu, sa z neho nedá priamo prečítať.

- 8 Bádajte, ako môžete vypočítať počet loptičiek potrebný na realizáciu žonglérskeho vystúpenia priamo z čísel v predpise hádzania. Vo vašej záverečnej správe stručne popíšte výsledky vášho bádania a vaše tvrdenia zdôvodnite.

Nájdenie všetkých predpisov hádzania

V úlohách 14 až 17 budete hľadať spôsob, ako nájsť všetky možné predpisy hádzania. Výsledky môžete zahrnúť do vašej záverečnej správy.

Ako si môžete pamätať, základné predpisy hádzania sú tie, v ktorých sa neustále opakuje ten istý typ hodu, napríklad 3,3,3,3,3,..., skrátené zapísané ako 3.

Tvrdenie A: Každý predpis hádzania sa dá pomocou rotovania a zamieňania zmeniť na základný predpis hádzania.

- 9 Zoberme 4,5,3,0,3. Viete dopredu určiť, ku ktorému predpisu hádzania sa dopracujete? Prečo? Pracujte na tom.
- 10 Skúmajte, či je tvrdenie A pravdivé. Ak áno, vysvetlite prečo (dôkaz). Ak nie, uveďte kontrapríklad. Tiež stručne popíšte postup Vášho bádania. Poznámka: Aj v prípade, že váš výsledok vášho výskumu nie je úplný, určite napíšte do správy čiastkové výsledky, čo ste skúšali a na čo ste prišli.

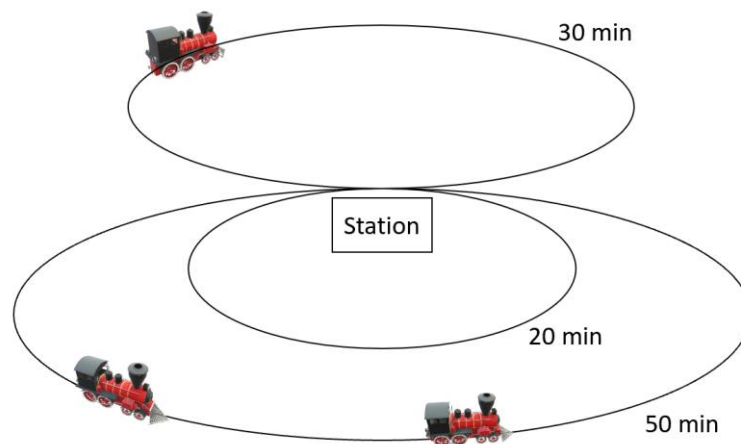
Tvrdenie B: Každý predpis hádzania môže byť rotovaním a zámenou vytvorený zo základného predpisu hádzania.

- 11 Skúmajte, či je tvrdenie B pravdivé. Ak áno, vysvetlite prečo (dôkaz). Ak nie, uveďte kontrapríklad. Tiež stručne popíšte postup vášho bádania.
- 12 Vytvorte prehľad všetkých predpisov hádzania s maximálnou periódou 3 a iba 0-, 1-, 2-, 3-, 4- a 5-hodmi. Vysvetlite, ako ste systematicky vytvorili svoj prehľad, a prečo ste si istí, že predpisy sú všetky.

Záverečné zadania

Možnosť 1: Železničná stanica

(Malá) železničná stanica má len jedno nástupište. Vlaky z tejto stanice sú vypravované na niekoľko tratí rôznej dĺžky a na stanicu sa vracajú po 20, 30 alebo 50 minútach. Z bezpečnostných a prevádzkových dôvodov môže byť z nástupišta vybavený – prijatý a vypravený – jeden vlak za 10 minút. Pre zjednodušenie situácie predpokladajme, že sa nedochádza k žiadnym časovým stratám.



Cestovný poriadok je harmonogram odchodov vlakov pripravený tak, aby všetky trasy boli ukončené aspoň raz pred tým, ako dôjde k opakovaniu.

- 1 Čo najpresnejšie vysvetlite vzťah medzi touto situáciou a diagramami hádzania / predpismi hádzania. V čom je to rovnaké a v čom iné?
- 2 Navrhňte časový harmonogram podľa toho, čo ste napísali v odpovedi na otázku 1. Vidíte viac možností? O čom všetkom sa dá uvažovať pri porovnávaní cestovných poriadkov?

Pridáme ešte jednu trasu, v trvaní 80 minút.

- 3 Navrhňte cestovný poriadok. Existuje viac možností? Čo treba vziať do úvahy pri porovnávaní a výbere trasy?

Pre zjednodušenie predpokladajme, že nástupište môže vybaviť vlak každú minútu a označme dĺžky trás prirodzenými číslami $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$.

Tvrdenie: Pre každú kombináciu trás s dĺžkami $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$ existuje cestovný poriadok.

- 4 Je toto tvrdenie pravdivé? Ak áno, vysvetlite prečo. Ak nie, uveďte kontrapríklad, ktorý dokazuje, že tvrdenie nie je pravdivé.

Predpokladajme, že máte dve trasy: $t_1 = 2$ a $t_2 = 5$.

- 5 Preskúmajte, pre ktoré prirodzené čísla k existuje pre tieto dve trasy ($t_1 = 2$ a $t_2 = 5$) cestovný poriadok s k vlakmi.

Tento vzťah môžete preskúmať pre každú konečnú kombináciu trás s dĺžkami $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$.

- 6 Všeobecne: Povedzte, čo platí o možnom počte vlakov k , pre ktoré je možné zostaviť cestovný poriadok? Preskúmajte tento problém.

Návrhy: Existuje horná hranica počtu vlakov? Sú vždy možné určité počty vlakov? Je jednoduchšie odpovedať na otázku pre určité kombinácie trás?

Cestovný poriadok s periódou 1437 minút nie je praktický. Predpokladajme, že chcete zostaviť cestovný poriadok s čo najkratšou dobou.

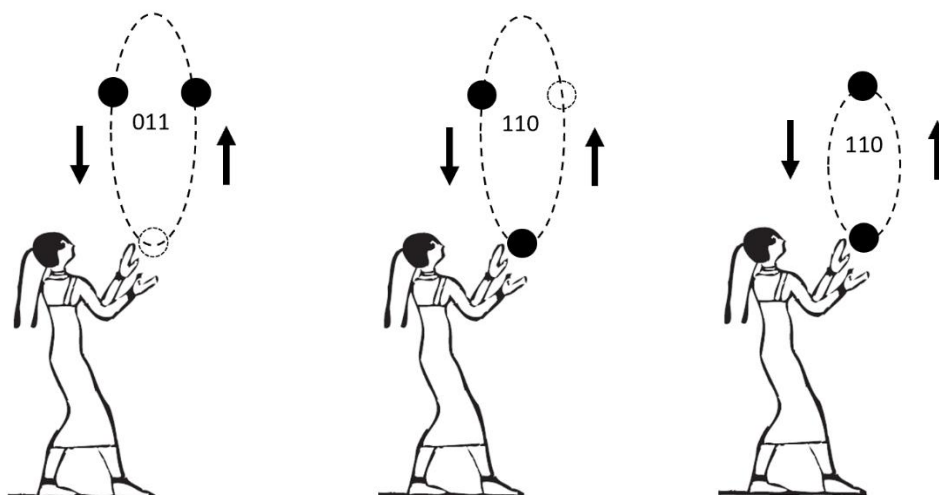
- 7 Preskúmajte problém zostavenia cestovného poriadku s čo najkratšou periódou. Čo o ňom môžete povedať? Svoje zistenia vysvetlite pomocou príkladov a / alebo všeobecných tvrdení s odôvodnením.

Možnosť 2: Žonglovací graf

Dopoludnia ste vytvárali a skúmali predpisy hádzania. Nevýhoda takéhoto modelu je, že sa predpisy nemôžu striedať. Dobrý žonglér ale plynulo prechádza z jedného predpisu do iného, aby sa diváci nenudili. Práve preto sa v tomto zadaní pokúsime nájsť iný model na popísanie žonglérskych vystúpení.

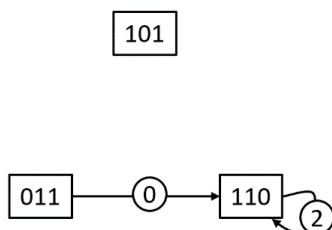
Predpokladajme, že žonglér-začiatočník už zvládol žonglovanie s dvoma loptičkami a 0,1,2 a 3-hody. Rovnako ako dopoludnia, budeme pracovať s rytmom a za rovnakých pravidiel žonglovania. Model sa skladá zo *stavov* a *prechodov*.

Stav je postupnosť jednotiek a núl, napríklad postupnosť 011 a je asociovaná s určitou dobou. Prvá 0 alebo 1 indikuje, či žonglér má alebo nemá na danú dobu v ruke loptičku. Navyše, jednotka na k -tej pozícii znamená, že loptička pristane v rukách po $k - 1$ dobách a 0 znamená, že na $k - 1$ dobu žonglér nechytí žiadnu loptičku. Do úvahy berieme iba hody, ktoré už prebehli. V stave pre danú dobu sa nezapočítavajú hody, ktoré budú realizované na danú dobu alebo neskôr.



Samotný stav neurčuje predpis hádzania. Stav sa samozrejme na každú dobu mení a to sú už spomínané prechody. Stav 011 (obrázok vľavo) sa zmení na stav 110 hodom 0 (obrázok v strede). V stave 110 ale môžeme urobiť 2-hod alebo 3-hod. Pri 2-hode je nový stav opäť 110 - ale obrázok (obrázok vpravo) je trochu iný, pretože 2-hod má nižšiu krivku ako 3-hod na predchádzajúcich obrázkoch.

Teraz urobme prehľad všetkých stavov pomocou dvoch loptičiek a iba 0-, 1-, 2- a 3-hodov. To zodpovedá všetkým postupnostiam s 2 jednotkami a 1 nulou. Existujú iba tri: 011, 101, 110. Možné stavy a prechody potom môžeme zhrnúť do diagramu, kde obdĺžniky obsahujú stavy a šípky predstavujú prechody.

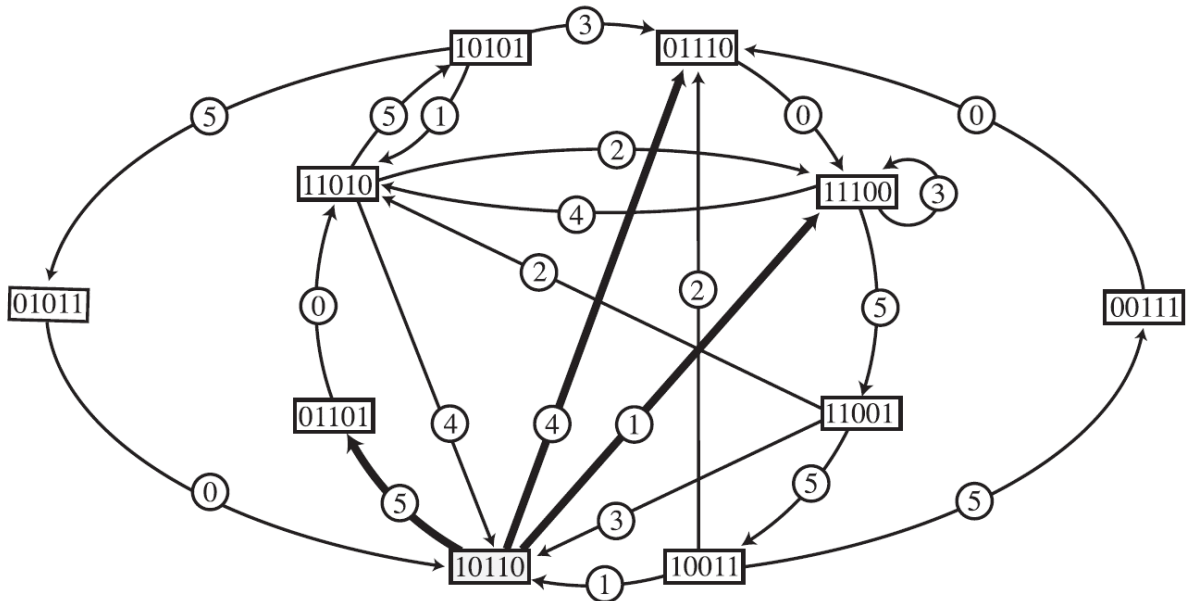


- 1 Doplňte do diagramu šípky pre všetky možné prechody medzi stavmi.

Tento diagram sa nazýva **žonglovací graf**.

2 Vytvorte úplný žonglovací graf pre dve loptičky a 0-, 1-, 2-, 3-, 4-hody.

Nižšie je uvedený žonglovací graf pre tri loptičky a 0-, 1-, 2-, 3-, 4-, 5-hody. Vidíme napríklad, že zo stavu 10110 existujú tri rôzne prechody.



- 3 Preskúmajte súvislosť medzi predpismi hádzania a žonglérskymi grafmi. Ako môžete pomocou žonglérskych grafov vytvoriť predpisy hádzania?
- 4 Skúmajte, ako pomocou žonglérskeho grafu systematicky vyhľadať všetky predpisy hádzania s pevným počtom loptičiek a maximálnou výškou hádzania.

Predpokladajme, že žonglér môže chytať a hádzať dve loptičky naraz, teda súčasne ľavou a pravou rukou.

- 5 Skúmajte, ako je možné prispôsobiť model žonglérskeho grafu. V správe uveďte, ktoré rozhodnutia ste v tejto súvislosti urobili. Napíšte jeden alebo viac príkladov.

Možnosť 3: Neperiodické vzory žonglovania

Toto zadanie je o niečo kratšie a je možné ho kombinovať s časťou iného voliteľného zadania.

Všetky spôsoby žonglovania, ktoré sme doteraz videli môžeme veľmi stručne popísať. Je to preto, lebo sú periodické: po uplynutí stanoveného obdobia, periódy, sa všetko opakuje. Existujú však aj rady čísel, v ktorých môžete pokračovať donekonečna BEZ akéhokoľvek opakovania a ktoré napriek tomu môžete opísať konečnými slovami vďaka inej zahrnutej pravidelnosti, napríklad:

Riadok A: 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, ...

Riadok B: 2, 3, 3, 2, 3, 2, 2, 3, 3, 2, 2, 3, 2, 3, 3, 2,

Takéto riadky, v ktorých nenájdete žiadnu periódu, sa nazývajú neperiodické. Ani riadok A, ani riadok B nie sú žonglérske predpisy, ale neperiodické žonglérske predpisy existujú.

- 1 Vytvorte nekonečný neperiodický žonglérsky predpis. Vysvetlite, ako ste ho našli a prečo funguje. Pravidlá sú:
 - Podľa postupnosti musí byť možné žonglovať.
 - V postupnosti musí byť pravidelnosť, ktorá sa dá vysvetliť niekomu, kto o žonglovaní nič nevie.
 - Musíte minimalizovať loptičky, ktoré spadnú „z ničoho“, čiže loptičky, ktoré sa len tak pridajú alebo padnú z vašej hlavy ako na videu. Je to síce povolené, ale iba konečný počet krát.
 - Postupnosť nesmie obsahovať periódu, teda časť, po ktorej sa bude všetko opakovať. Čím zaujímavejšia postupnosť, tým lepšie.
- 2 Vypočítajte, koľko loptičiek je potrebných pre žonglérsky predpis, ktorý ste vytvorili v predchádzajúcej úlohe.
- 3 Pokúste sa vytvoriť metódu na vytvorenie, úpravu a / alebo kombinovanie nekonečných neperiodických predpisov žonglovania.

Neperiodické postupnosti môžu byť neobmedzené (napríklad riadok A), čo znamená, že neexistuje nijaké obmedzenie toho, ako veľké čísla obsahujú, alebo obmedzené ako riadok B. Obidve možnosti sa vyskytujú aj pre neperiodické predpisy žonglovania. Môžete si vybrať, ktorý z dvoch typov riadkov chcete vytvoriť (alebo obidva). Aj keď v skutočnom živote nebudete schopní hádzať vyššie ako je vzdialenosť zo Zeme na Mesiac, čo pre toto zadanie nie je vôbec žiadny problém!